

К-значная логика

Ранее значения всех переменных и функций были либо 0, либо 1. Логика двузначная.

Рассмотрим общий случай, k -значную логику.

Стандартные арифметические операции

Стандартные арифметические операции реализуются по модулю k – остаток от деления на k .

$k = 2$

x	$x+1$	$x-1$	$-x$
0	1	1	0
1	0	0	1

$k = 3$

x	$x+1$	$x-1$	$x+2$	$2x$	$-x$
0	1	2	2	0	0
1	2	0	0	2	2
2	0	1	1	1	1

$k = 4$

x	$x+1$	$x-1$	$x+2$	$2x$	$3x$	$-x$
0	1	3	2	0	0	0
1	2	0	3	2	3	3
2	3	1	0	0	2	2
3	0	2	1	2	1	1

$$-x = (k - x) \pmod k$$

Отрицание

$$k = 2$$

x	$\overline{x}$
0	1
1	0

Отрицание Поста

$$\overline{x} = (x + 1) \pmod{k}$$

Отрицание Лукасевича

$$\sim x = (k - 1) - x$$

$$k = 3$$

x	$\overline{x}$	$\sim x$
0	1	2
1	2	1
2	0	0

$$k = 4$$

x	$\overline{x}$	$\sim x$
0	1	3
1	2	2
2	3	1
3	0	0

Дополнительные операции

Усечённая разность

$$x \dot{-} y = \begin{cases} x - y, & x \geq y \\ 0, & x < y \end{cases}$$

$k = 3$
 $x \dot{-} y$

$x \quad y$	0	1	2
0	0	0	0
1	1	0	0
2	2	1	0

$k = 4$
 $x \dot{-} y$

$x \quad y$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	1	0	0	0
2	2	1	0	0
3	3	2	1	0

Комбинации

$$-(\sim x) = \overline{x}$$

$$-\overline{x} = \sim x$$

$$\overline{\sim x} = -x$$

Домашнее задание: доказать или проверить эти утверждения.

Задачи

Задача 1.

Записать таблицу значений выражения

$$f = \max(x, y).$$

Сложение и умножение осуществляется по модулю $k = 3$.

y x	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	2
2	2	2	2

Задача 2.

Записать таблицу значений выражения

$$f = (x + \overline{x}) \div (2 \cdot \sim y).$$

Сложение и умножение осуществляется по модулю $k = 4$.

x	$\overline{x}$	$x + \overline{x}$
0	1	1
1	2	3
2	3	1
3	0	3

y	$\sim y$	$2 \cdot \sim y$
0	3	2
1	2	0
2	1	2
3	0	0

$$f = (x + \overline{x}) \div (2 \cdot \sim y)$$

y	0	1	2	3
x				
0	0	1	0	1
1	1	3	1	3
2	0	1	0	1
3	1	3	1	3

Задача 3.

Записать таблицу значений выражения

$$f = -(\overline{x})^2 \cdot \sim (y + 1).$$

Сложение и умножение осуществляется по модулю $k = 5$.

x	$\overline{x}$	$(\overline{x})^2$	$-(\overline{x})^2$
0	1	1	4
1	2	4	1
2	3	4	1
3	4	1	4
4	0	0	0

y	$y+1$	$\sim (y + 1)$
0	1	3
1	2	2
2	3	1
3	4	0
4	0	4

$$f = -(\overline{x})^2 \cdot \sim (y + 1)$$

y	0	1	2	3	4
x					
0					
1					
2					
3					
4					

$$f = -(\overline{x})^2 \cdot \sim(y + 1)$$

	y	0	1	2	3	4
	$\sim(y + 1)$	3	2	1	0	4
x	$-(\overline{x})^2$					
0	4	12	8	4	0	16
1	1	3	2	1	0	4
2	1	3	2	1	0	4
3	4	12	8	4	0	16
4	0	0	0	0	0	0

	y	0	1	2	3	4
	$\sim(y + 1)$	3	2	1	0	4
x	$-(\overline{x})^2$					
0	4	2	3	4	0	1
1	1	3	2	1	0	4
2	1	3	2	1	0	4
3	4	2	3	4	0	1
4	0	0	0	0	0	0

$$f = -(\overline{x})^2 \cdot \sim (y + 1)$$

y x	0	1	2	3	4
0	2	3	4	0	1
1	3	2	1	0	4
2	3	2	1	0	4
3	2	3	4	0	1
4	0	0	0	0	0

Домашнее задание

Задача 1.

Записать таблицу значений выражения

$$f = x + 2y.$$

Сложение и умножение осуществляется по модулю $k = 3$.

Задача 2.

Записать таблицу значений выражения

$$f = x \div y^2.$$

Сложение и умножение осуществляется по модулю $k = 4$.

Задача 3.

Записать таблицу значений выражения

$$f = x^2 \cdot y.$$

Сложение и умножение осуществляется по модулю $k = 5$.