

Дискретное программирование. Метод ветвей и границ

Дискретный набор вариантов

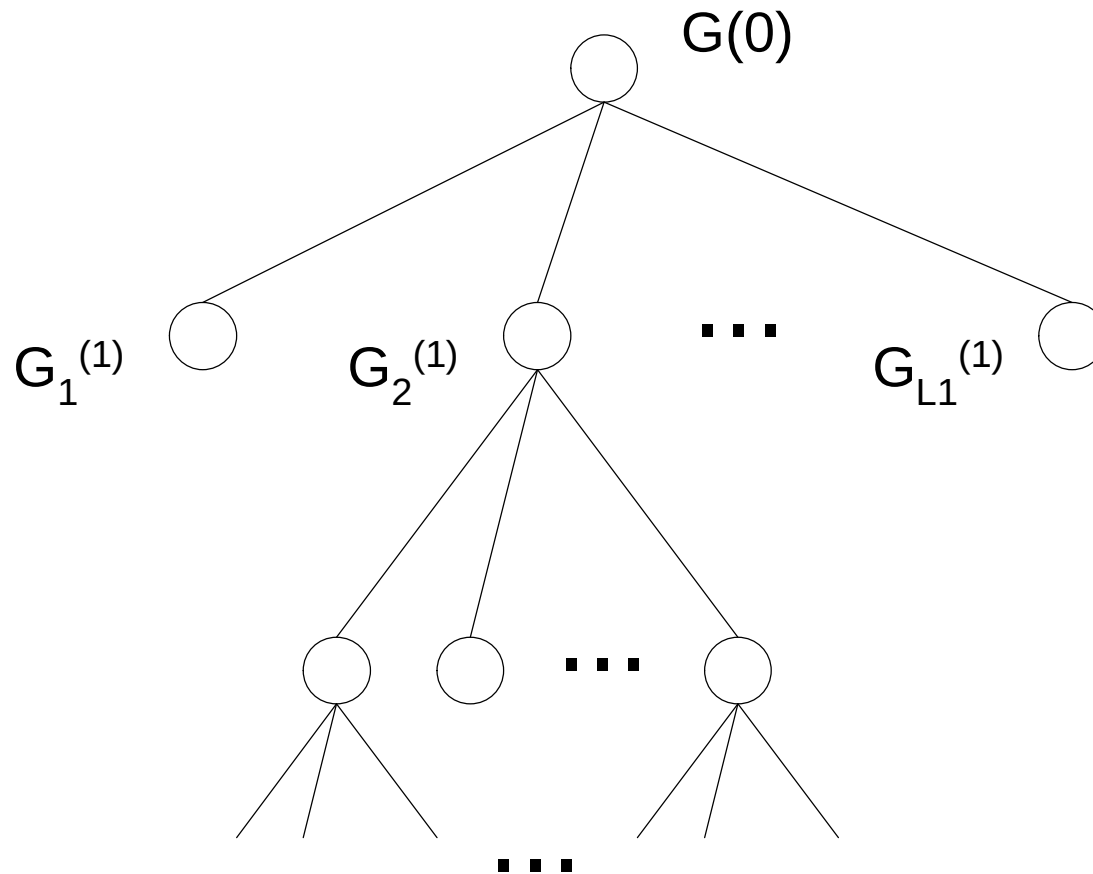
Множество
всех
вариантов

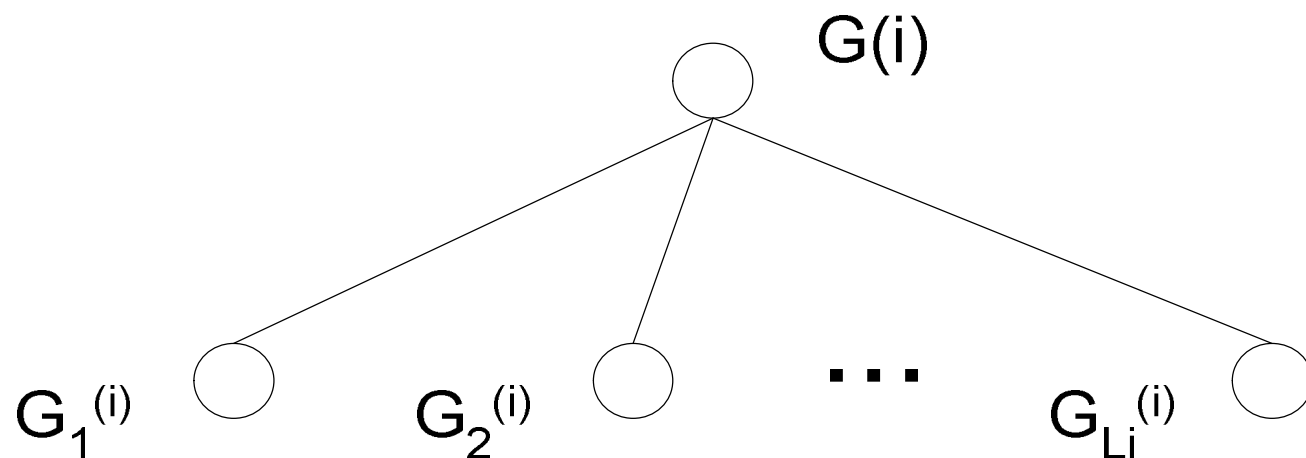
$G(0)$

x_1	...	x_n	$f(x)$
a_{11}	...	a_{n1}	b_1
a_{12}	...	a_{n2}	b_2
...			
a_{1m}	...	a_{nm}	b_m

Способы решения

- Полный перебор
- Упорядоченный перебор





$$G(i) = \bigcup_{k=1}^{L_i} G_k^{(i)}$$

$$G_k^{(i)} \cap G_l^{(i)} = \emptyset, \quad k, l = \overline{1, L_i}$$

Оценка множества
при поиске максимума:

$$V(G) \geq \max_{x \in G} f(x)$$

$$V(G_1) \leq V(G), G_1 \subset G$$

Оценка множества
при поиске минимума:

$$V(G) \leq \min_{x \in G} f(x)$$

$$V(G_1) \geq V(G), G_1 \subset G$$

Задачи

- Задача коммивояжера: имеется n городов, задана матрица расстояний между городами.

Коммивояжер должен побывать в каждом городе **только один раз** и **вернуться в начальный город**.

Требуется найти маршрут, имеющий минимальную длину

Задачи

- Задача коммивояжера (в терминах теории графов): имеется полный ориентированный взвешенный граф. Найти в этом графе гамильтонов контур наименьшей стоимости
- Задача глупого коммивояжера: найти маршрут посещения всех городов, имеющий **максимальную** длину

Задачи

- Задача китайского почтальона (трубопроводная задача): найти маршрут, имеющий минимальную длину, проходящий через **все дороги** между городами
- Задача курьера (задача коммивояжера с предшествованием): дополнительно для некоторых пар городов задан **порядок** («отправитель» — «получатель»)

Задачи

- Задача о назначении: имеется n работ и n исполнителей, задана матрица времен выполнения работ исполнителями. Найти оптимальное распределение работ, имеющее минимальное суммарное время выполнения, если каждый исполнитель выполняет только одну работу

Задачи

- Задача распределения ресурсов: имеется I работ и J исполнителей, заданы матрица времен выполнения работ исполнителями и матрица затрат на выполнение работ исполнителями. Найти распределение работ по исполнителям, обеспечивающее минимальные затраты, при выполнении ограничения на суммарное время выполнения

Задачи

- Незамкнутая задача коммивояжера: имеется n городов, задана матрица расстояний между городами. Найти маршрут посещения всех городов коммивояжером, имеющий минимальную длину, при условии, что в каждом городе он должен побывать **только один раз**, возвращаться в начальный город **не нужно**

Задачи

- Обобщенная задача коммивояжера: имеется n городов, объединенных в **кластеры**, задана матрица расстояний между городами. Найти минимальный замкнутый маршрут посещения коммивояжером по одному городу из каждого кластера
- Вариант: Найти минимальный замкнутый маршрут посещения коммивояжером **хотя бы** по одному городу из каждого кластера