

Задача нелинейного программирования. Условная оптимизация. Метод Лагранжа

Метод Лагранжа

$$\begin{cases} \max f(X) \\ h_k(X) = 0, k = \overline{1, K} \end{cases}$$

Метод Лагранжа

$$\begin{cases} \max f(X) \\ h_k(X) = 0, k = \overline{1, K} \end{cases} \quad L(X, V) = f(X) + \sum_{k=1}^K v_k h_k(X)$$

Метод Лагранжа

$$\begin{cases} \max f(X) \\ h_k(X) = 0, k = \overline{1, K} \end{cases} \quad L(X, V) = f(X) + \sum_{k=1}^K v_k h_k(X)$$

Условия Куна-Такера:

$$\nabla f(X^*) + \sum_{k=1}^K v_k \nabla h_k(X^*) = 0$$

Метод Лагранжа

$$\begin{cases} \max f(X) \\ h_k(X) = 0, k = \overline{1, K} \end{cases} \quad L(X, V) = f(X) + \sum_{k=1}^K v_k h_k(X)$$

Условия Куна-Такера:

$$\nabla f(X^*) + \sum_{k=1}^K v_k \nabla h_k(X^*) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{k=1}^K v_k \frac{\partial h_k}{\partial x_j} = 0, j = \overline{1, n} \\ \frac{\partial L}{\partial v_k} = h_k = 0, k = \overline{1, K} \end{cases}$$

Метод Лагранжа

Достаточное условие максимума:

$$H_L(X^*, V^*) = \left\{ \frac{\partial^2 L(X, V)}{\partial x_i \partial x_j} \right\}_{i, j = \overline{1, n}}$$

отрицательно определена

Метод Лагранжа

$$\begin{cases} \max(-x_1^2 - x_2^2) \\ h(X) = 2x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{cases}$$

Метод Лагранжа

$$\begin{cases} \max(-x_1^2 - x_2^2) \\ h(X) = 2x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$L(X, V) = -x_1^2 - x_2^2 + v(2x_1 + x_2 - 2)$$

Метод Лагранжа

$$\begin{cases} \max(-x_1^2 - x_2^2) \\ h(X) = 2x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$L(X, V) = -x_1^2 - x_2^2 + v(2x_1 + x_2 - 2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = -2x_1 + 2v = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = -2x_2 + v = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial v} = 2x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{cases}$$

Метод Лагранжа

$$\begin{cases} \max(-x_1^2 - x_2^2) \\ h(X) = 2x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$L(X, V) = -x_1^2 - x_2^2 + v(2x_1 + x_2 - 2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = -2x_1 + 2v = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = -2x_2 + v = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial v} = 2x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} x_1 = \frac{4}{5} \\ x_2 = \frac{2}{5} \\ v = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Метод Лагранжа

$$\begin{cases} \max(-x_1^2 - x_2^2) \\ h(X) = 2x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$L(X, V) = -x_1^2 - x_2^2 + v(2x_1 + x_2 - 2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = -2x_1 + 2v = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = -2x_2 + v = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial v} = 2x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= \frac{4}{5} \\ x_2 &= \frac{2}{5} \\ v &= \frac{4}{5} \end{aligned} \quad H_L = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$