

Расчетное задание №3. Системы массового обслуживания. Часть 1

Задача 2.

В информационную систему с числом устройств обработки N поступает непрерывный поток сообщений. При занятости системы очередное сообщение записывается в буферную память, рассчитанную на хранение m сообщений. При этом информация, которая содержится в каждом сообщении, теряет свою ценность в среднем через T минут после его получения. Поток сообщений простейший с интенсивностью $\lambda = 10 \text{ мин}^{-1}$. В среднем за минуту каждое устройство обрабатывает K сообщений. Все случайные величины распределены по экспоненциальному закону.

Определить:

- вероятность отказа – вероятность того, что сообщение не будет обработано из-за ограниченности очереди.
- вероятность потери – вероятность того, что поступившее сообщение не будет своевременно обработано и, следовательно, будет потеряно.
- вероятность неуспешного обслуживания – включает в себя вероятность отказа и вероятность потери.

Сравнить систему с такой же системой, в которой информация не теряет свою ценность.

Исходные данные:

Набор	T	K	m	N
2-1	2	12	5	1
2-2	1	13	6	1
2-3	4	11	4	1
2-4	2	20	3	1
2-5	1	12	5	1
2-6	3	11	6	1
2-7	2	25	8	1
2-8	3	15	4	1
2-9	2	15	5	1
2-10	1	14	3	1
2-11	2	6	5	2
2-12	1	7	6	2
2-13	4	8	4	2
2-14	2	10	3	2
2-15	1	7	5	2
2-16	3	8	6	2
2-17	2	12	8	2
2-18	3	9	4	2
2-19	2	9	5	2
2-20	1	10	3	2

Задача С.

Рассматривается работа столовой самообслуживания. Обеды выдают K поваров. Среднее время выдачи обеда на одного посетителя равно t_1 минут. Плотность потока посетителей около N человек в минуту. В очереди могут одновременно стоять не более m человек. В среднем посетитель стоит в очереди t_2 минут, после чего покидает столовую. Если посетителя начали обслуживать, то обслуживание не прерывается. На обед посетитель в среднем затрачивает t_3 минут

Определить, сколько времени потратит посетитель в столовой, если количество мест за столами всегда достаточно для размещения лиц, уже получивших обед. Определить среднее число занятых поваров и среднее число ожидающих посетителей. Определить вероятности того, что посетитель:

- успешно пообедает;
- уйдет, не дождавшись своей очереди;
- уйдет, не имея возможности встать в очередь.

Исходные данные:

Набор	N	t_1	t_2	t_3	K	m
С-1	2	4	10	10	4	20
С-2	1	4	10	10	3	15
С-3	1	3	10	10	2	18
С-4	1	3	10	10	2	15
С-5	2	4	10	10	4	18
С-6	1	4	10	10	3	16
С-7	1	3	10	10	2	16
С-8	2	3	10	10	2	17
С-9	2	3	10	10	3	16
С-10	2	4	10	10	3	15
С-11	2	4	10	10	2	17
С-12	1	4	10	10	4	19

Задача A17A.

Бакалейный магазин работает с K кассами и общей очередью. Вывеска возле касс извещает покупателей, что в любой момент будет открыта дополнительная касса, как только число покупателей в очереди превысит L . Это означает, что если число покупателей меньше или равно $(L+1)$, то работать будет лишь одна касса, в очереди – от 0 до L (не превысит L , значит одна касса). Если число покупателей равно $(L+2)$, то откроется вторая касса, в очереди останется L . Если число покупателей равно $(L+3)$, то в очереди окажется $(L+1)$ покупателей, значит откроется третья касса, в очереди станет L . И так далее. Покупатели подходят к кассам с интенсивностью λ человек в час. Время обслуживания одного покупателя в кассе распределено по экспоненциальному закону со средним t минут.

Определить среднее число покупателей в очереди и вероятность отказа, если очередь ограничена емкостью m .

Исходные данные:

Набор	λ	K	L	t	m
A17A-1	10	3	3	12	12
A17A-2	4	2	3	20	10
A17A-3	8	3	3	12	10
A17A-4	5	2	3	20	12

Задача A17Б.

Бакалейный магазин работает с K кассами и общей очередью. Вывеска возле касс извещает покупателей, что в любой момент будут открыты дополнительные кассы, по одной кассе на каждые L покупателей. Это означает, что если число покупателей меньше или равно L , то работать будет лишь одна касса. Если число покупателей от $(L+1)$ до $(2*L)$, то будет работать две кассы, и т.д. Если имеется больше $(L*(K-1))$ покупателей, будут открыты все K касс. Покупатели подходят к кассам с интенсивностью λ человек в час. Время обслуживания одного покупателя в кассе распределено по экспоненциальному закону со средним t минут.

Определить среднее число покупателей в очереди и вероятность отказа, если очередь ограничена емкостью m .

Исходные данные:

Набор	λ	K	L	t	m
A17Б-1	10	3	3	12	12
A17Б-2	4	2	3	20	10
A17Б-3	8	3	3	12	10
A17Б-4	5	2	3	20	12

Задача Т5.

Рассматривается модель бильярдного клуба, куда посетители обычно приходят парами для игры в бильярд. Нормальная интенсивность прихода клиентов равна λ_0 пар в час. Однако если число пар в бильярдном клубе превышает M , интенсивность поступления клиентов уменьшается на 1 пару в час. Время игры каждой пары является случайной величиной, распределенной по экспоненциальному закону с математическим ожиданием t мин. Бильярдный клуб имеет в своем распоряжении K бильярдных столов и одновременно может расположить не более N пар.

Определить следующие величины:

- вероятность того, что клуб полон и все приходящие клиенты уходят;
- вероятность того, что все бильярдные столы заняты;
- среднее количества используемых бильярдных столов;
- среднее число пар, ожидающих освобождения бильярдного стола.

Сравнить полученные характеристики с моделью, в которой входной поток имеет постоянную интенсивность.

Исходные данные:

Набор	λ_0	t	K	M	N
T5-1	6	30	5	7	12
T5-2	5	40	4	5	10
T5-3	6	30	5	8	12
T5-4	5	40	4	6	10
T5-5	6	30	5	6	12
T5-6	5	40	4	7	10

Задача АС9.

Компания решила довести число своих машин до N . Президент компании интересуется, как будут справляться с ремонтом имеющиеся R механиков. Средняя скорость прибытия на ремонт равна K раза в час для каждой машины, средняя скорость обслуживания – M машин в час. Если число ожидающих ремонта машин становится больше, чем число ремонтируемых машин, то механики отказываются от перекуров и увеличивают скорость обслуживания на 25%. Законы распределения времён – экспоненциальные.

Определить:

- вероятность того, что все машины работают и механики отдыхают;
- среднее число ожидающих ремонта машин;
- среднее число машин в системе (машины в очереди и на обслуживании);
- среднее время ожидания начала ремонта;
- среднее время нахождения в системе (ожидание и ремонт).

Исходные данные:

Набор	N	K	M	R
АС9-1	8	0.05	0.5	1
АС9-2	8	0.05	0.5	2
АС9-3	8	0.05	0.5	3
АС9-4	7	0.05	0.5	1
АС9-5	7	0.05	0.5	2
АС9-6	7	0.05	0.5	3
АС9-7	9	0.05	0.5	1
АС9-8	9	0.05	0.5	2
АС9-9	9	0.05	0.5	3
АС9-10	10	0.05	0.5	1
АС9-11	10	0.05	0.5	2
АС9-12	10	0.05	0.5	3

Задача Р14.

С целью увеличения дальности беспосадочного полета производится дозаправка самолетов горючим в воздухе. В районе дозаправки дежурят N самолетов-заправщиков. Если дозаправка началась, то она осуществляется до конца и длится в среднем a минут. Если все дозаправщики заняты, то самолет, нуждающийся в дозаправке, некоторое время ожидает заправки, среднее время ожидания b минут. Если самолет не дождался заправки, то он садится на запасной аэродром. Если самолет видит, что перед ним ожидают дозаправки d самолетов, то он сразу уходит на запасной аэродром.

Интенсивность полетов такова, что в среднем за час в район дозаправки прибывает M самолетов. Число самолетов, ожидающих дозаправки в воздухе, ничем не ограничено.

Определить:

- вероятность того, что самолет будет дозаправлен;
- среднее число занятых самолетов-заправщиков;
- среднее время простоя дозаправщиков.

Набор	N	a	b	d	M
P14-1	4	10	20	4	25
P14-2	1	10	30	6	10
P14-3	3	10	15	4	20
P14-4	2	10	25	5	15

Задача P15A.

Рассматривается работа автозаправочной станции (АЗС), на которой работают K заправочных колонок. Заправка одной машины длится в среднем a минут. В среднем на АЗС каждую минуту прибывает машина, нуждающаяся в заправке. Если все колонки заняты, то 7 из 8 машин встают в очередь, а каждая 8-я машина проезжает мимо (то есть на АЗС за 8 минут прибывает 7 машин). Если в очереди больше M машин, то они не помещаются на территории АЗС, хвост очереди продолжается на улице, в этом случае в очередь встают только 4 из 8 машин, а остальные проезжают мимо (то есть на АЗС за 8 минут прибывает 4 машины). Если суммарно в очереди больше $2M$ машин, то в очередь не встаёт ни одна машина, все машины проезжают мимо.

Определить:

- среднее время, проходящее с момента прибытия машины на заправку, до момента начала заправки;
- среднее число занятых колонок;
- среднее число машин в очереди.

Сравнить полученные характеристики с моделью, в которой все машины встают в очередь.

Набор	K	a	M
P15A-1	4	3	5
P15A-2	3	2	4
P15A-3	5	4	5

Задача Р15Б.

Рассматривается работа автозаправочной станции (АЗС), на которой работают K заправочных колонок. Заправка одной машины длится в среднем a минут. В среднем на АЗС каждую минуту прибывает машина, нуждающаяся в заправке. Если все колонки заняты, то 7 из 8 машин встают в очередь, а каждая 8-я машина проезжает мимо (то есть на АЗС за 8 минут прибывает 7 машин). Если в очереди больше M машин, то они не помещаются на территории АЗС, хвост очереди продолжается на улице, в этом случае в очередь встают только 4 из 8 машин, а остальные проезжают мимо (то есть на АЗС за 8 минут прибывает 4 машины), кроме того, автомобилисты заправляются в полтора раза быстрее. Если суммарно в очереди больше $2M$ машин, то в очередь не встаёт ни одна машина, все машины проезжают мимо.

Определить:

- среднее время, проходящее с момента прибытия машины на заправку, до момента начала заправки;
- среднее число занятых колонок;
- среднее число машин в очереди.

Сравнить полученные характеристики с моделью, в которой все машины встают в очередь.

Набор	K	a	M
Р15Б-1	4	3	5
Р15Б-2	3	2	4
Р15Б-3	5	4	5

Задача 38.

Система массового обслуживания состоит из K обслуживающих устройств. В систему поступает простейший поток заявок интенсивности λa . Времена обслуживания заявок независимы и имеют показательный закон распределения с параметром μ . Заявка, заставшая все устройства занятыми, может встать в очередь или покинуть систему. Вероятность присоединения к очереди пропорциональна числу обслуживающих устройств и обратно пропорциональна числу заявок в системе плюс один.

Определить:

- среднее время нахождения заявки в системе;
- среднее число занятых каналов;
- среднее число заявок в очереди.

Сравнить полученные характеристики с моделью, в которой все заявки встают в очередь.

Набор	K	λa	μ
38-1	2	3	2
38-2	3	4	2
38-3	2	4	3
38-4	3	5	3